Apuntes de Psicología
2004, Vol. 22, número 2, págs. 267-275.
ISSN 0213-3334

Colegio Oficial de Psicología
de Andalucía Occidental y
Universidad de Sevilla

Elaboración y validación de una prueba de conocimientos matemáticos para la Educación Primaria

Gladys Violeta YÁNEZ MEJÍAS
José Tomás BETHENCOURT BENÍTEZ
Universidad de La Laguna

Resumen

Con la finalidad de evaluar el aprendizaje matemático de los escolares, tanto en cálculo escrito como en resolución de problemas, elaboramos y validamos una prueba de conocimientos para el primer ciclo de la educación primaria que fue aplicada a 1311 escolares de la isla de Tenerife. La prueba consta de dos partes, la primera parte incluye varias operaciones algorítmicas y la segunda está compuesta de problemas verbales aritméticos. Comparando el rendimiento de los alumnos en cálculo escrito con su rendimiento en resolución de problemas verbales se comprueba una disminución en la ejecución correcta de éstos últimos, lo cual evidencia que aunque el niño domine el mecanismo algorítmico, sin embargo comete muchos errores cuando tiene que elegir en los problemas verbales la operación adecuada. La ejecución diferencial intrasujeto de las subpruebas nos aproxima al perfil de competencias curriculares del escolar y la ejecución diferencial intersujeto subraya el carácter normativo.

Palabras clave: rendimiento matemático, operaciones algorítmicas, problemas verbales, educación primaria.

Abstracts

The purpose of study was to assessment the students´s mathematic achievement in written compute skills and problem solving. We made and validate a test of knowledges for the first cicle (the first and the second in primary schools). The test has two parts. Diferent algoritmic operations are incluyed in the first part and the second part has word problems. It was applied to 1311 students of the Tenerife Island. We compared the students´s achievement in word problems resolution and we sow a lower achievement than the first skills. This is the evidence that though the children knows the algoritmic mechanism however they wrong when he choose the exact operation in the word problems. The intrasubject differential achievement of the subtest gave us the profile of the curricular competency. In the order part, the intersubject diferential achievement gave us the normative profile.

Key words: mathematic achievement, algoritmic operations, word problem, primary education.

Dirección de los autores: Departamento de Psicología Educativa, Evolutiva y Psicobiología, Edificio de Psicología, Campus de Guajara. 38205 La Laguna (Tenerife) *Correo electrónico:* gyanez@ull.es

Recibido: octubre 2003. *Aceptado:* septiembre 2004.

El cálculo escrito y los problemas verbales conforman los dos ejes más importantes del rendimiento matemático actualmente en los niveles más básicos. Cada uno de estos elementos cumple una función específica en el aprendizaje de los escolares. El cálculo escrito supone el dominio de distintas habilidades básicas que confluyen a modo de prerrequisitos para el aprendizaje del cálculo, por ejemplo, las reglas de alineación, las reglas que rigen el acarreo especialmente en las que interviene el "0", la presencia de "0" intermedio, la descomposición, etc.

Una función relevante de esta sistematización en el cálculo es la de la automatización de las habilidades computacionales, lo cual va a permitir una liberación para la memoria de trabajo que juega un papel importante en procesos de razonamientos más complejos tales como la resolución de problemas verbales (Resnick y Ford, 1990).

El aprendizaje del cálculo ha suscitado desde diferentes frentes cierta polémica al haber estado impregnado durante muchos años por el enfoque computacional o teoría de la absorción (Baroody, 1988). Esta teoría postula que el conocimiento matemático supone básicamente dominar un conjunto de datos y técnicas cuyo dominio implica fundamentalmente establecer asociaciones. Sin embargo en los últimos años se cuenta cada vez con más partidarios de una teoría alternativa, la teoría cognitva, que permite diseñar el aprendizaje del cálculo escrito desde el establecimiento de relaciones generales que resumirían la información relativa a muchos casos particulares. De este modo la memoria puede almacenar vastas cantidades de información de una manera más eficaz y económica. Por ejemplo las 20 combinaciones básicas que incluyen el "0" como sumando (2+0=2, 9+0=9, 0+3=3, 0+7=7) son manifestaciones de las mismas relaciones subyacentes: siempre que uno de los sumandos es "0" el otro permanece invariable (la regla N+0=N ó 0+N=N).

Otro ejemplo alternativo que tiene en cuenta la lógica infantil es la de fomentar que el niño piense en los números de 6 al 10 como 5+1, 5+2, 5+3,5+4, recomendandose el uso del 5 como unidad intermedia de orden superior. Otra importante derivación práctica de la teoría cognitiva *versus* la teoría de la absorción es la de fomentar esquemas a modo de representaciones mentales, así para la suma lo importante es que el niño comprenda la relación parte-todo.Una vez que los escolares las identifican en una suma y comprenden las relaciones que los unen gozarán de un instrumento cognitivo de gran utilidad para resolver tareas aditivas. En consecuencia se sostiene que si desde los primeros cursos se establece la comprensión los niños podrán reconstruir los elementos que no recuerdan o incluso desarrollar sus propios procedimientos para llegar a la situación cuando les falle la memoria (Resnick y Ford, 1990).

De este modo aunque el objeto último del aprendizaje del cálculo sea conseguir su automatización, los métodos de aprendizaje intermedio según la teoría cognitiva parten de un enfoque más centrado en el aprendiz que en el contenido puesto que fomentan el proceso de autoconstrucción e implicación activa del escolar.

Los problemas verbales conforman el otro punto relevante en estos primeros niveles. Existe un nivel alto de acuerdo en que estos problemas se trabajen lo más tempranamente posible a la par que los algoritmos (Schoenfeld, 1996; Kamii, 1990).

En torno a los problemas y su solución giran todos los planteamientos más innovadores sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas a la vez que constituyen el medio natural a través del cual los niños se acercan a las matemáticas (Bermejo, Lago y Rodríguez, 2000). La función primordial que cumplen los problemas verbales es la de contribuir a consolidar los sistemas de conocimiento matemático y la formación de habilidades y hábitos cuando participan en problemas verdaderamente significativos que contengan elementos de su entorno más inmediato (Lago y Rodríguez, 1999; Schlieman, 2000), aumentando su excelencia cuando el aprendizaje se une a la situación o contexto en el cual tiene lugar (Boaler, 1998).

El objetivo de este estudio fue el de *elaborar y validar una prueba de rendimiento en matemáticas para finales del segundo nivel de escolaridad y principios del tercero*. Con este fin se realizó un análisis de ítems, donde se especifican sus niveles de dificultad y fiabilidad que determinan la toma de desiciones sobre la estructura de la prueba final.

La selección de este objeto de estudio viene determinada por varias razones. En primer lugar la importancia de poder contar con un instrumento específico y relevante para decidir en qué medida se han conseguido tanto los objetivos mínimos como la extensión a niveles y grados más complicados por parte de todos y cada uno de los escolares dentro de la aritmética. En segundo lugar podíamos tener la posibilidad de poder contar dentro del mismo instrumento con tareas diagnósticas que permitirían detectar los diferentes niveles de competencia curricular. De este modo las diferentes tareas algorítmicas a priori siguen un criterio de complejidad creciente a partir de la combinación de diferentes cualidades por ejemplo, magnitud de las cantidades, presencia de ceros, descomposiciòn de las cantidades, etc.

Se trata de un estudio descriptivo, sin manipulación de variables dado que se trata de análisis de ítems de las pruebas de rendimiento de matemáticas.

Método

Muestra

La prueba fue aplicada a 1.311 escolares de la isla de Tenerife una vez fueron eliminados de la muestra los niños que recibían educación especial o apoyo.

Los alumnos estaban finalizando en su mayoría el segundo curso del primer ciclo de primaria. La edad media era de 8 años y de nivel socioeconómico medio-bajo.

Procedimiento

Se aplicó en una sesión colectiva de una hora aproximadamente de duración con un descanso a mitad de la prueba. El tiempo de aplicación era flexible puesto que no se pretendía medir la velocidad de ejecución.

Los problemas verbales fueron leídos de uno en uno a viva voz a la vez que los niños lo seguían en su prueba, entonces se dejaba un tiempo prudencial para que contestaran y a continuación se pasaba al problema siguiente hasta el final.

No se permitía a los niños hablar entre ellos y cualquier duda debían plantearla a los monitores.

Se les decía al comienzo, en la presentación, que iban a realizar todos unas pruebas generales muy sencillas sobre cuestiones que ya habían visto en matemáticas pero que no se preocuparan que si en algún momento no recordaban bien como realizar una tarea pasaran a la siguiente y al final la retomaran para intentar realizarla.

Descripción de la prueba de conocimientos de matemáticas

La prueba consta de dos partes: en la primera se trata de usar algoritmos para calcular el resultado de operaciones sencillas (suma, resta y multiplicación); y la segunda se trata de resolver problemas verbales (ver anexo 1). En la primera parte y tras consultar libros de segundo y tercer curso de escolaridad decidimos poner 9 operaciones, tres sumas, tres restas y tres multiplicaciones:

a) En las *sumas* sólo aparecen dos sumandos. Las sumas presentan las siguientes variantes: una suma, la más sencilla con dos sumandos, se introduce la centena y es sin llevarse. En la segunda suma también de dos sumandos, aparece el 0 y es sin llevarse. La tercera suma tiene dos sumandos y es llevándose en las tres columnas.
b) En las *restas* se introduce en todas la centena donde la primera es sin llevarse, en la segunda aparece el cero y la tercera es llevándose.
c) En las *multiplicaciones* se introducen las tablas del dos, del tres y del cuatro. En la del dos se introduce la centena. Todas las multiplicaciones son llevándose.

Todas las operaciones comportan, en cuanto al dominio de los algoritmos, un nivel medio de dificultad, y se presentan en un orden que aumenta gradualmente la dificultad.

Para la elaboración de los problemas de la segunda parte de la prueba tomamos como referencia la taxonomía de Riley, Greeno y Heller (1983). Seleccionamos problemas de *cambio*, *comparación* y *combinación*. No introducimos problemas de *igualación* porque éstos son una combinación de problemas de combinación y comparación, otra razón de esta eliminación es que los problemas de igualación, al menos con objetos, parecían los más sencillos en investigaciones realizada por Riley, Greeno y Heller (1983).

Atendiendo a la escala de Riley y otros (1983) sobre la dificultad de los problemas, seleccionamos los problemas de *cambio-5* (inicio desconocido) y *cambio-6* (inicio desconocido), *comparación-4* (elemento comparado desconocido) *comparación-5* (referente desconocido) y *comparación-6* (referente desconocido) y, por último, los de *combinación-2* (subconjunto desconocido). Tales problemas en relación a la totalidad aparecen como los más difíciles, con una proporción menor de aciertos por parte de los escolares. Hay que tener en cuenta que la mayoría de los problemas resultaron fáciles en las investigaciones, pero de entre ellos escogimos los que presentaron alguna dificultad al menos para un 25% de los sujetos.

Las dimensiones más significativas de los problemas seleccionados son las siguientes:

1. *Magnitud de las cantidades* que intervienen en los problemas: todas son del orden de las decenas. No introducimos centenas para no incluir un índice de dificultad adicional.
2. *Protagonistas* de los problemas: personajes infantiles de cuentos o programas de televisión.
3. *Cualidad de las cantidades:* por ejemplo, boliches, cochitos, juguetes, pesetas, etc.
4. *Orden de presentación* de los problemas: aleatorio siguiendo dos criterios: (a) índice de dificultad y (b) pertenencia a estructura semántica. En función de ambos criterios, el orden resultante fue el que sigue: 1º: combinación-2, 2º: cambio-5, 3º: comparación-4, 4º: cambio-6, 5º: comparación-5, y 6º: comparación-6.

Corrección y codificación de la prueba de matematicas

Problemas

Los niños pueden tener errores de representación y errores de ejecución. Los primeros se refieren al planteamiento del problema mientras que los segundos se refieren al cálculo de la operación seleccionada para resolver el problema. En función de estos criterios se asignan las puntuaciones:

- *3 puntos:* es correcta la representación, seleccionan la operación aritmética adecuada y además efectuan una correcta ejecución del cálculo y la operatoria.
- *2 puntos:* hay una correcta representación del problema, aunque hay fallos en el cálculo (error computacional o de ejecución).
- *1 punto:* seleccionan una operación aritmética errónea ó incorrecta (error de representación).
- *0 puntos:* no contestan o lo dejan en blanco; no son capaces de intentar la solución del problema.

Puntuación máxima: 18, si se ha hecho bien el total de problemas.

Operatoria

La prueba de cálculo se corrige y codifica por columnas. En las operaciones en las que hay dos columnas de números se establecen cuatro niveles de dificultad:

- *3 puntos:* acierto total en las dos columnas.
- *2 puntos:* una de las columnas calculada correctamente (acierto parcial).
- *1 punto:* ninguna columna correcta.
- *0 puntos:* no responde, deja en blanco la operación.

En las operaciones en las que hay tres columnas de números se establecen cinco niveles de logro:

- *4 puntos:* acierto total.
- *3 puntos:* acierto parcial, un fallo y dos columnas correctas.
- *2 puntos:* acierto parcial, con dos fallos y una columna correcta.
- *1 punto:* error en elas tres columnas.
- *0 puntos:* no responde, deja en blanco la operación.

Puntuación máxima de esta parte de la prueba es 34. La puntuación máxima de la prueba de matemática completa es 52 puntos.

Resultados

Los porcentajes de aciertos en las operaciones algorítmicas aparecen reflejados en la tabla 1.

Los porcentajes de aciertos en los problemas verbales aparecen en la tabla 2.

Tabla 1. Porcentajes de aciertos en las operaciones.

246 + 132	***93%***	605 + 382	***89,1%***	957 + 473	***77,1%***
742 - 421	***87,7%***	856 - 640	***81,6%***	975 - 798	***39,5%***
45 x 3	***54,5%***	68 x 4	***36,6%***	367 x 2	***54,8%***

Tabla 2. Porcentajes totales de aciertos en los problemas verbales.

Tipo	*Sentencia*	*Resolución*	*% de aciertos*
Combinación	a+?=c	resta	46.8%
Cambio	¿+b=c	resta	22.7%
Comparación	a-b=?	resta	59.9%
Cambio	¿-b=c	suma	43.9%
Comparación	a+?=c	resta	40.9%
Comparación	¿-b=c	suma	38.8%

En la tabla 3 presentamos la correlación de cada ítem con el total de la prueba así como la consistencia de cada ítem como criterio de discriminación. El coeficiente de consistencia interna de la prueba (*reliability*) es alto (*alpha* = .757). Teniendo en cuenta los criterios de dificultad y discriminación no se determinó la eliminación de ningún ítem de la tarea.

Tabla 3. Consistencia interna de la pueba (reliability): correlación de cada ítem con el total de la prueba y consistencia alpha de cada ítem como criterio de discriminación.

Tareas	*Correlacion del item con el total*	*Alpha del item*
Operacion 1	.213	.755
Operacion 2	.200	.755
Operacion 3	.360	.744
Operacion 4	.316	.748
Operacion 5	.367	.745
Operacion 6	.415	.738
Operacion 7	.549	.724
Operacion 8	.511	.727
Operacion 9	.547	.721
Problema 1	.396	.740
Problema 2	.418	.739
Problema 3	.388	.741
Problema 4	.226	.757
Problema 5	.358	.744
Problema 6	.114	.767

Discusión

El propósito del estudio no era tanto el de eliminar ítems en base a los criterios como el de conocer los diferentes índices de dificultad de cada tarea. Esto puede servir, por ejemplo, para evaluar el logro de objetivos curriculares en el ciclo inicial de la Educación Primaria. Así, en el caso de la discriminación no se eliminó ningún ítem. Tuvimos en cuenta que todos representan tareas de naturaleza algorítmica y semántica diferentes aunque en algunos casos su índice de discriminación sea bajo.

Con respecto a los niveles de dificultad y en relación a las operaciones algorímicas podemos observar una cierta progresión en los porcentajes que reflejan la cantidad de alumnos que han realizado toda la operación correctamente. Así mientras los primeros algorítmos que son de suma reflejan cantidades altas, se observa una disminución de las mismas a medida que pasamos a las restas y finalmente a las multiplicaciones. Igualmente dentro de la operación que exige cada algoritmo, adición, sustracción y multiplicación se aprecia una diferencia en los resultados que indican las respuestas correctas. De este modo en la operación aditiva, la más sencilla es la primera, aumenta mínimamente su dificultad cuando se añade en la segunda adición un cero en uno de los sumandos y más aún en la tercera que exige lo que tradicionalmete se conoce por llevarse o que implica acarreo. Estos resultados son consistentes con investigaciones anteriores (Baroody, 1988).

Así mismo en las operaciones sustractivas se constata una gran diferencia entre la gran mayoría de los escolares que resuelven los dos primeros algoritmos que son sin llevarse donde el segundo cuenta con la presencia del cero en el sustraendo y por otra parte la tercera operación sustractiva donde disminuye considerablemente el número de escolares que aciertan, hasta un porcentaje del 39.5%. Esta última operación supone llevarse y ello parece complicar bastante la tarea. Ya preveíamos estos resultados cuando ordenamos las operaciones siguiendo el criterio de las más fáciles hasta las más difíciles, pero en estos resultados se comprueba con gran rotundidad y es consistente con lo que manifiesta Baroody cuando especifica que las reglas que gobiernan el acarreo en la sustracción son más complicadas que en la adición.

En relación a las operaciones de multiplicación podríamos concluir que en general el número de escolares que aciertan se reduce a la mitad con la excepción de la segunda operación que supone un mayor grado de dificultad al tener como multiplicador el cuatro, la cifra de magnitud superior en los multiplicadores de la tarea.

Comparando el rendimiento de los alumnos en algoritmos con su rendimiento en resolución de problemas verbales se comprueba una disminución en la ejecución correcta de estos últimos. Se confirma de ese modo la evidencia de que aunque el niño domine en muchos caso el mecanismo algorímico sin embargo comete muchos errores cuando tiene que elegir en los problemas verbales el algoritmo acertado.

En relación a la estructura semántica del problema, el número 2 que es de cambio con inicio desconocido se comprueba que ha resultado ser el más complicado para los escolares. En este problema la incógnita está al comienzo, se trata por tanto de una sentencia no canónica y además la que se estima como más difícil entre éstas, la de inicio desconocido (Maza, 1989). Según Riley y otros (1983) en los problemas de cambio la dificultad es mayor cuando la incógnita se sitúa en el conjunto de partida. Esta dificultad parece acentuarse en esta investigación cuando la resolución es mediante una resta puesto que en la prueba se incluye otro problema de cambio con inicio desconocido, el problema verbal número cuatro, que se resuelve mediante una suma y sin embargo el porcentaje de alumnos que la ejecutan bien es superior, de 43.9%.

A continuación nos centramos en los problemas de comparación. En esta prueba incluímos tres problemas de comparación (los problemas número 3, 5 y 6). La diferencia entre ellos estriba en que el número tres responde a una sentencia canónica, con el final desconocido, considerados éstos como más fáciles y los problemas número cinco y seis tienen sentencias no canónicas, consideradas como más difíciles porque tienen la incógnita en el comienzo. En los resultados obtenidos se comprueba esta diferencia de ejecución en los problemas de comparación, evidenciada por Bermejo (1990), así comprobamos que el problema de comparación número tres es resuelto por una cantidad mayor de alumnos que los problemas número cinco y seis. Asímismo no se verifica aquí lo que sí se confirmó en los problemas de cambio con inicio desconocido: que la resolución mediante resta que en este caso corresponde al problema número cinco sea más difícil que la resolución mediante suma, que en este caso corresponde al problema número seis.

Comparando el rendimiento de los problemas según su naturaleza semántica, combinación, cambio y comparación, podemos afirmar que no se corrobora lo manifestado por los autores en general en relación a que los problemas de cambio son los más fáciles, a continuación los de combinación y finalmente los de comparación.

De estos resultados se deriva que es necesario una mayor profundización en investigaciones que consideren si el lugar que ocupa la incógnita en el problema es un factor más significativo que la naturaleza semántica del problema. En este estudio parece comprobarse una tendencia en ese sentido aunque los resultados no son contundentes.

Implicaciones educativas

La ejecución diferencial intrasujeto de las subpruebas (algoritmos y problemas verbales) y subtareas dentro de cada prueba (distintos algoritmos y tipos de problemas verbales) nos aproxima al perfil de competencia curricular del escolar en aritmética. De esta manera se pueden localizar las principales deficiencias así como la aptitudes que destacan con una finalidad de diagnóstico curricular.

Por otra parte la ejecución diferencial intersujeto evidencia la posición relativa del niño/a con respecto a los demás, subrayando así su caráter normativo.

En suma, de la ejecución diferencial se puede derivar una orientación tanto individual como grupal para toda la clase.

Referencias

Baroody, A. (1988). *El pensamiento matemático de los niños*. Madrid: Visor Aprendizaje/MEC.

Bermejo, V. (1990). *El niño y la aritmética*. Barcelona: Paidós Educador.

Bermejo, V. Lago, M. O. y Rodríguez, P. (2000). La perspectiva constructivista en la enseñanza de las matemáticas. En J. N. García (Coord.), *De la psicología de la instrucción a las necesidades curriculare*s (págs. 83-92). Madrid: Oikos-Tau.

Boaler, J. (1998). Open and closed mathematics: student experiences and understanding. *Journal for Research in Mathematics Education, 29 (1)*, 41-62.

Kamii, C. y Joseph, L. (1990) . La enseñanza del valor posicional y de la adición en dos columnas. *Comunicación, Lenguaje y Educación, 6*, 27-35.

Lago, M. O. y Rodríguez, P. (1999). Procesos psicológicos implicados en el aprendizaje de las matemáticas. J. Beltrán y C. Genovard. (Eds.), *Psicología de la Instrucción (Vol. II), Áreas curriculares* (págs. 75-95). Madrid: Síntesis.

Maza, C. (1989). *Sumar y restar. El proceso de enseñanza-aprendizaje de la suma y de la resta*. Madrid: Visor Aprendizaje.

Resnick, L. y Ford, W. (1990). *La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos*. Barcelona: Paidós/MEC.

Riley, M., Greeno, J. G. y Heller, J. I. (1983). Development of children's problem-solving ability in arithmetic. En H. Ginsburg (Ed.), *The development of mathematical thinking* (págs.153-196). Nueva York: Academic Press.

Schliemann, A. (2000). Mathematical problem solving in and out of schools. *New ideas in Psychology, 18,* 157-169.

Schoenfeld, A. (1996). La enseñanza del pensamiento matemático y la resolución de problemas. En L. Resnick y L. Klopfer (Comps.), *Curriculum y cognición* (págs. 107-170). Buenos Aires: Aiqué.

Anexo 1

PRUEBA DE CONOCIMIENTOS DE MATEMÁTICAS EN PRIMARIA

Operaciones

$$\begin{array}{r} 246 \\ +\,132 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 605 \\ +\,382 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 957 \\ +\,473 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 742 \\ -\,421 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 856 \\ -\,640 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 957 \\ -\,798 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 45 \\ \times\,3 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 68 \\ \times\,4 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 367 \\ \times\,2 \\ \hline \end{array}$$

Problemas

1. El Gato con Botas y la Cenicienta tienen juntos 85 caramelos. El Gato con Botas tiene 34 caramelos. ¿Cuántos caramelos tiene la Cenicienta?

2. Juan tenía algunos cochitos. Después María le regala 28 cochitos más. Ahora Juan tiene 40 cochitos. ¿Cuántos cochitos tenía Juan al principio?

3. Carmen tiene 53 cromos. Luis tiene 32 cromos menos que Carmen. ¿Cuántos cromos tiene Luis?

4. La Bestia tenía algunas flores. Después el da 36 flores a la Bella. Ahora la Bestia tiene 48 flores. ¿Cuántas flores tenía la Bestia al principio?

5. Papá Pitufo tiene 64 manzanas. El tiene 23 manzanas más que Blancanieves. ¿Cuántas manzanas tiene Blancanieves?

6. Gara tiene 72 pesetas. Ella tiene 26 pesetas menos que Rayco. ¿Cuántas pesetas tiene Rayco?